

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Директор Высшей школы
современной математики
А.Н. Соболевский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория вероятностей
по направлению:	Математика
профиль подготовки:	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 54 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 144, всего зач. ед.: 4

Программу составили:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.Л. Бланк, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

Аннотация

Настоящий курс предназначен для освоения базовых инструментов теории вероятностей. Слушатели овладеют понятиями вероятностного пространства, алгебры событий, случайной величины, независимости, условной вероятности, познакомятся с классическими предельными теоремами.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Изучение теоретических основ теории вероятностей для дальнейшего использования в других математических дисциплинах аналитического цикла; формирование математической культуры, исследовательских навыков. в том числе для решения вычислительных задач, и способности применять знания на практике.

Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области теории вероятностей;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в соотнесении теоретико-вероятностных результатов с контекстом других математических дисциплин.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Основные понятия теории вероятностей: вероятностное пространство, независимость, случайная величина, случайный вектор, центральная предельная теорема и др.

уметь:

Разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы в теории вероятностей и ее приложениях.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Основные понятия теории вероятностей.	2	2		3
2	Независимость.	2	2		3
3	Условные вероятности.	2	2		3
4	Дискретные случайные величины.	2	2		3
5	Моменты.	2	2		3
6	Ковариации.	2	2		3
7	Классические предельные теоремы.	2	2		4
8	Производящие функции.	2	2		4
9	Преобразования случайных величин и их распределений.	2	2		4
10	Независимые случайные величины.	2	2		4
11	Характеристические функции и центральная предельная теорема.	4	4		8
12	Случайные векторы.	2	2		4
13	Виды сходимости случайных величин.	2	2		4
14	Закон больших чисел.	2	2		4
Итого часов		30	30		54
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		144 час., 4 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

1. Основные понятия теории вероятностей.

Вероятностные пространства.

Вероятности.

Независимость событий.

2. Независимость.

Независимость разбиений, алгебр и сигма-алгебр.

Независимые испытания.

3. Условные вероятности.

Условные вероятности.

Случайные величины и законы распределения.

4. Дискретные случайные величины.

Совместные распределения.

Математическое ожидание дискретной случайной величины.

5. Моменты.

Степенные моменты случайных величин.

Неравенства для моментов и распределений.

Независимость случайных величин.

6. Ковариации.

Мультипликативное свойство математических ожиданий.

Ковариации.

Дисперсия суммы случайных величин.

7. Классические предельные теоремы.

Закон больших чисел в форме Бернулли.

Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.

8. Производящие функции.

Производящая функция распределения вероятности.

Производящая функция моментов.

Свойства производящих функций и их использование для доказательства предельных теорем.

9. Преобразования случайных величин и их распределений.

Разложения распределений.

Преобразования случайных величин и их распределений.

Векторнозначные случайные величины.

10. Независимые случайные величины.

Независимые случайные величины.

Математическое ожидание действительной случайной величины с произвольным распределением.

11. Характеристические функции и центральная предельная теорема.

Математические ожидания комплекснозначных случайных величин.
Характеристические функции и их свойства.
Свойства характеристических функций.
Центральная предельная теорема.

12. Случайные векторы.

Характеристические функции случайных векторов.
Центральная предельная теорема для сумм случайных векторов.

13. Виды сходимости случайных величин.

Сходимость по вероятности.
Сходимость в среднеквадратичном смысле.
Сходимость почти наверное.

14. Закон больших чисел.

Закон больших чисел в формах Чебышева и Хинчина.
Усиленный закон больших чисел.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Вероятность [Текст] : в 2 т. : учебник для вузов / А. Н. Ширяев .— 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Изд-во МЦНМО, 2004 .— Т. 1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы. - 2004. - 520 с.
2. Вероятность [Текст] : в 2 т. : учебник для вузов / А. Н. Ширяев ; доп. М-вом образования России .— 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Изд-во МЦНМО, 2004 .— Т. 2 : Суммы и последовательности случайных величин - стационарные,мартингалы, марковские цепи. - 2004. - 408 с.

Дополнительная литература

1. Введение в теорию вероятностей и ее приложения [Текст] : в 2 т : учеб. пособие для вузов. Т. 1 / В.Феллер ; пер. с пересмотр. 3-го англ. изд. Ю. В. Прохорова ; [придесл. А. Н. Колмогорова] .— М. : Мир, 1984 .— 528 с.
2. Введение в теорию вероятностей и ее приложения [Текст] : в 2 т : учеб. пособие для вузов. Т. 2 / В. Феллер ; пер. с англ. Ю. В. Прохорова .— М. : Мир, 1967 .— 752 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://old.mccme.ru/ium/courses.php>
<https://library.mccme.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Математика
профиль подготовки: Фундаментальная математика
Высшая школа современной математики
Высшая школа современной математики
курс: 3
квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

Разработчики:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук
М.Л. Бланк, д-р физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей» обучающийся должен:

знать:

Основные понятия теории вероятностей: вероятностное пространство, независимость, случайная величина, случайный вектор, центральная предельная теорема и др.

уметь:

Разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы в теории вероятностей и ее приложениях.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Основные понятия теории вероятностей, вероятностные пространства, независимость событий
2. Независимость разбиений, алгебр и сигма-алгебр. Независимые испытания
3. Условные вероятности. Случайные величины и законы распределения
4. Совместные распределения. Математическое ожидание дискретной случайной величины
5. Степенные моменты случайных величин. Неравенства для моментов и распределений. Независимость случайных величин
6. Мультипликативное свойство математических ожиданий. Ковариации. Дисперсия суммы случайных величин
7. Закон больших чисел. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа
8. Производящие функции, их свойства и использование для доказательства предельных теорем
9. Разложения распределений. Преобразования случайных величин и их распределений. Векторнозначные случайные величины
10. Независимые случайные величины. Математическое ожидание действительной случайной величины с произвольным распределением
11. Математические ожидания комплекснозначных случайных величин. Характеристические функции и их свойства
12. Свойства характеристических функций. Центральная предельная теорема
13. Характеристические функции случайных векторов. Центральная предельная теорема для сумм случайных векторов
14. Виды сходимости случайных величин
15. Обычный и усиленный законы больших чисел

Пример экзаменационного билета:

- 1) Независимость событий, разбиений и алгебр событий.
- 2) Усиленный закон больших чисел.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 40 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не может продолжаться более двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена и зачета обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору экзаменатора.